

Kapitel 1

1101.

- a) Vi har ett naturligt tal $\Rightarrow$ Vi har ett heltal
- b) Vi dividerar $\Leftrightarrow$ Vi beräknar en kvot
- c) $x < 2 \Leftrightarrow 2 > x$
- d) Vi adderar två tal $\Rightarrow$ Vi beräknar en summa
(en summa kan bestå av fler än 2 tal)

1105.

- a) Talet är $1/3 \Rightarrow$ Talet är rationellt
- b) x är positivt $\Leftarrow x > 5$
- c) $2x = 3x \Rightarrow x = 0$
- d) $x = 4 \Rightarrow x^2 = 16$

1201. A: Definition av en kvadrat.

B: Sats. Hur arean av en triangel räknas ut.

C: Definition av en hundradel, och dess relation till 1 %.

D: Sats. Den distributiva lagen.

1202. Fatimas resonemang är inget bevis. Ett bevis lyder som: välj tre på varandra följande tal, $n - 1$, n och $n + 1$. Då gäller:

$$\text{medel} = \frac{(n - 1) + n + (n + 1)}{3} = \frac{n - 1 + n + n + 1}{3} = \frac{3n}{3} = n \text{ VSB}$$

1320. Nej, om $a < -9$ blir $a^2 > 81$. (Det står lite fel i bokens facit.)

1321. a) 1, -4, -9 differensen är $-5 \Rightarrow 1, -4, -9, -14, -19, -24$

b) Differensen är $-53 - 45 = -98$ dvs 45, -53, -151, -249, -347, -445

1413. Tag till exempel (17,19) och (21,23).

1414. Kalla tre på varandra följande tal $n - 1$, n , och $n + 1$. Då gäller:

$$n - 1 + n + n + 1 = 3n$$

och $3n$ är alltid delbart med 3.

1415. 101 och 103.

1416. Här får man prova sig fram, inget av primtalen kan vara $> \sqrt{2431}$ dvs 49. Svar: 11, 13 och 17.

1417. Talet 100 är delbart med 4 så alla tal där de sista två siffrorna är delbara med 4 är delbara med 4. För 8 gäller att 1000 är delbart med 8, $1000/8 = 125$. Alltså om de tre sista siffrorna är delbara med 8, då är talet delbart med 8.

Ett tal vilket som helst kan skrivas som:

$$\begin{aligned} n_0 + n_1 \cdot 10 + n_2 \cdot 10^2 + \dots + n_i 10^i &= \\ = n_0 + n_1 \cdot (1 + 9) + n_2 \cdot (1 + 99) + \dots + n_i (1 + (10^i - 1)) &= \\ = n_0 + n_1 + 9n_1 + n_2 + 99n_2 + \dots + n_i + n_i(10^i - 1) &= \\ = n_0 + n_1 + n_2 + \dots + n_i + 9n_1 + 99n_2 + \dots + (10^i - 1)n_i \end{aligned}$$

Här kan man inse att om $n_0 + n_1 + n_2 + \dots + n_i$ är delbart med 9, så är talet delbart med 9.

1509. a)

$$\frac{1}{2} = \frac{7}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{14} < \frac{8}{14} = \frac{2}{2} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{7}$$

b)

$$\frac{3}{7} = \frac{3}{7} \cdot \frac{9}{9} = \frac{27}{63} < \frac{28}{63} = \frac{4}{9} \cdot \frac{7}{7} = \frac{4}{9}$$

1510. a)

$$1\frac{2}{3} + \square = 5 \Rightarrow \square = 5 - 1\frac{2}{3} = 3\frac{1}{3}$$

b)

$$\square - 4\frac{1}{9} = 1\frac{2}{9} \Rightarrow \square = 1\frac{2}{9} + 4\frac{1}{9} = 5\frac{3}{9} = 5\frac{1}{3}$$

c)

$$\square + \frac{2}{7} = 4\frac{1}{7} \Rightarrow \square = 4\frac{1}{7} - \frac{2}{7} = 3\frac{6}{7}$$

1511.

$$\text{medel} = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{7} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{7}{7} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{3} \cdot \frac{3}{7} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{23}{21} = \frac{23}{42}$$

1512.

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{4} \\ x + y = 56 \end{cases} \Rightarrow x = y \frac{3}{4} \Rightarrow y \frac{3}{4} + y = 56 \Rightarrow y \frac{7}{4} = 56 \Rightarrow \begin{cases} y = 32 \\ x = 24 \end{cases}$$

1519.

$$\frac{4}{7} + x = \frac{12}{14} \Rightarrow x = \frac{12}{14} - \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{2} = \frac{12}{14} - \frac{8}{14} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

1520.

$$\frac{7}{12} - x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{7}{12} - \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

1521.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \text{bananer} = 1 \Rightarrow \text{bananer} = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{6}{6} - \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

1522. Antag till exempel att det finns 1500 anställda. Då utgör tjänstemännen 300 st. Reduceras dessa med en tredjedel blir det 200 kvar. Företaget består nu av 1200 arbetare och 200 tjänstemän. Andelen tjänstemän blir sålunda:

$$\frac{200}{1400} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

1523.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \text{vita} = 1 \Rightarrow \text{vita} = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{6}{6} - \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

1524.

$$\frac{a}{21} > \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{7} = \frac{7}{21} \Rightarrow a = 8 \text{ dvs } \frac{8}{21}$$

1525.

$$\frac{2}{7} = \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{21} = \frac{1}{21} + \frac{2}{21} + \frac{3}{21}$$

1526.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{d} + \frac{c}{d} \cdot \frac{b}{b} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{bd} = \frac{ad + cb}{bd}$$

1527.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + 3\text{svarta} = 1 \Rightarrow 3\text{svarta} = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{7} = \frac{28 - 14 - 7 - 4}{28} = \frac{3}{28}$$

Svar: 28 godisbitar

1528. Här måste man prova sig fram.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{20 + 15 + 12 + 10}{60} = \frac{57}{60}$$

Det räcker till 4 barnbarn.

1541. a)

$$\frac{3}{5}x = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5}x = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{25}{9}$$

b)

$$\frac{2}{7}x = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{7}{2} \cdot \frac{2}{7}x = \frac{7}{2} \cdot \frac{7}{2} \Rightarrow x = \frac{49}{4}$$

c)

$$\frac{a}{b}x = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}x = \frac{b}{a} \cdot \frac{b}{a} \Rightarrow x = \frac{b^2}{a^2}$$

1542.

$$xy = \frac{2}{3}, \text{ men } x = \frac{8}{9} \Rightarrow \frac{8}{9} \cdot y = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{3}{4}$$

1543.

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{7}}{\frac{5}{9} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{7}{7} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{3} \cdot \frac{3}{7}}{\frac{2}{2} \cdot \frac{5}{9} - \frac{9}{9} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\frac{23}{21}}{\frac{1}{18}} = \frac{23 \cdot 18}{21} = \frac{23 \cdot 6}{7} = \frac{138}{7} = 19\frac{5}{7} \approx 19.7$$

1621.

$$27^{18} = 3^{54} <? > 5^{36} = 25^{18} \Rightarrow 3^{54} > 5^{36}$$

1622.

$$(6^x + 6^x + 6^x + 6^x + 6^x + 6^x + 6^x)^2 = (7 \cdot 6^x)^2 = 7^2 \cdot 6^{2x} = 49 \cdot 36^x$$

1623. $A = \pi \cdot r^2$

a)

$$A_2 = \pi \cdot (2r)^2 = \pi \cdot 4r^2 = 4 \pi r^2 = 4 \cdot A$$

b)

$$A_3 = \pi \cdot (3r)^2 = \pi \cdot 9r^2 = 9 \pi r^2 = 9 \cdot A$$

1624.

$$7^{n+2} - 7^n - 7^{n+1} = 7^n(7^2 - 1 - 7) = 7^n(49 - 8) = 41 \cdot 7^n$$

1625.

$128^{70} = (2^7)^{70} = 2^{490} > 5^{210} = (5^3)^{70} = 125^{70}$ men $128 > 125$
alltså gäller olikheten.

$$1649. \sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 3} = \sqrt{4} \sqrt{2} \sqrt{3} = 2\sqrt{2}\sqrt{3}$$

$$1650. a) 5\sqrt{10} = \sqrt{25 \cdot 10} = \sqrt{250}$$

$$b) 2\sqrt{5} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{20}$$

$$c) 10\sqrt{5} = \sqrt{100 \cdot 5} = \sqrt{500}$$

$$d) 5\sqrt{2} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{50}$$

Svar d)

1651.

$$\begin{aligned} \frac{y}{x} \sqrt{\frac{x}{y} \sqrt{\frac{y}{x}}} &= \left(\frac{y}{x}\right)^n \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{y} \sqrt{\frac{y}{x}}} = \left(\frac{y}{x}\right)^{n-1} \Rightarrow \frac{x}{y} \sqrt{\frac{y}{x}} = \left(\frac{y}{x}\right)^{2(n-1)} \Rightarrow \\ \left(\frac{y}{x}\right)^{-1} \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{2}} &= \left(\frac{y}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{y}{x}\right)^{2(n-1)} \Rightarrow -\frac{1}{2} = 2(n-1) \Rightarrow n = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

1712. Det tvåsiffriga talet ab kan skrivas som:

$$a + b \cdot 10 = a + b(1 + 9) = a + b + 9b$$

dvs om $a + b$ är delbart med 3 är ab delbart med 3, VSV.

1713.

$$12345_{10} = 1 \cdot 2^{13} + 1 \cdot 2^{12} + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0 =$$

$$= 11000000111001_2$$

1714.

$$\begin{array}{r} 10111011 \\ +10001100 \\ \hline 101000111 \end{array}$$

$$128+32+16+8+2+1=187$$

$$128+8+4=140$$

$$140+187=327 \text{ verkar stämma.}$$

1719.

$$4 \cdot b^2 + 0 \cdot b^1 + 6 \cdot b^0 = 330_{10} \Rightarrow 4 \cdot b^2 = 324_{10} \Rightarrow b^2 = \frac{324}{4} = 81 \Rightarrow b = 9$$

1720. a)

$$8937_{10} = 1 \cdot 2^{13} + 1 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0$$

$$= 10001011101001_2$$

b)

$$10001011101001_2 = 10\ 0010\ 1110\ 1001_2 = 22E9_{\text{hex}}$$

c)

$$10001011101001_2 = 10\ 001\ 011\ 101\ 001_2 = 21351_8$$

1721. a)

$$1001_2 = 9_{10} = 9_{16} \neq 8_{16} \Rightarrow \text{FALSKT}$$

b)

$$39_{16} = 11\ 1001_2 \Rightarrow \text{SANT}$$

c)

$$10011111_2 = 1001\ 1111_2 = 9E_{16} \Rightarrow \text{FALSKT}$$

1722.

En byte är 8 bitar, antalet möjligheter blir då $2^8 = 256_{10}$ eller 0-255. Hexadecimalt fås:

$$11111111_2 = 1111\ 1111_2 = FF_{\text{hex}}$$

1723.

$$5_{10} \cdot 11001_2 = 5_{10} \cdot 25_{10} = 125_{10} = 1111101_2$$

1724.

$$2^{32} = 2^2 \cdot 2^{30} = 4 \cdot (2^{10})^3 = 4 \cdot 1024^3 \approx 4 \cdot 10^9$$

4 miljarder dvs 10 siffror.

Test 1

1. a) $\Rightarrow$

b) $\Leftrightarrow$

c) $\Leftrightarrow$

2.

$$-1 + \frac{20}{-4} - (-4) \cdot 3 + (-2)(-1) = -1 - 5 + 12 + 2 = -6 + 14 = 8$$

3. a) $48 = 16 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3$

b) $2310 = 2 \cdot 5 \cdot 231 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 77 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$

4. a)

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{5} = \frac{10}{25}$$

b)

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \cdot \frac{14}{14} = \frac{28}{70}$$

5. a)

$$\frac{24}{36} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 12} = \frac{2}{3}$$

b)

$$\frac{210}{330} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 10}{3 \cdot 11 \cdot 10} = \frac{7}{11}$$

6. a)

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{3} < 1$$

b) Till exempel:

$$2.5 \cdot 10^{-3} = 0.0025 < 0.01 < 2.5 \cdot 10^{-2} = 0.025$$

c)

$$0.666666 < \frac{2}{3} \text{ eftersom } 3 \cdot 0.666666 = 1.999998 < 2$$

7. a)

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

b)

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{12} = \frac{3}{3} \cdot \frac{5}{8} - \frac{2}{2} \cdot \frac{3}{12} = \frac{15}{24} - \frac{6}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

c)

$$\frac{3}{8} - \frac{5}{12} + \frac{5}{24} = \frac{9}{24} - \frac{10}{24} + \frac{5}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

8. a)

$$5 \cdot 4\frac{2}{7} = 5 \cdot \left(4 + \frac{2}{7}\right) = 20 + \frac{10}{7} = 21\frac{3}{7}$$

b)

$$3\frac{2}{5} \cdot 2\frac{3}{17} = \left(3 + \frac{2}{5}\right)\left(2 + \frac{3}{17}\right) = \left(\frac{15}{5} + \frac{2}{5}\right)\left(\frac{34}{17} + \frac{3}{17}\right) = \frac{17}{5} \cdot \frac{37}{17} = 7\frac{2}{5}$$

c)

$$\frac{\frac{16}{3}}{4} = \frac{\frac{16}{3}}{4} = \frac{16}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{3}$$

9. a)

$$2^3 \cdot 2^5 \cdot 2 = 2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^1 = 2^{3+5+1} = 2^9$$

b)

$$\frac{7^3 \cdot 7^8}{7^4} = 7^3 \cdot 7^8 \cdot 7^{-4} = 7^{3+8-4} = 7^7$$

c)

$$(5^{3n})^4 = 5^{3n} \cdot 5^{3n} \cdot 5^{3n} \cdot 5^{3n} = 5^{3n+3n+3n+3n} = 5^{12n}$$

10. a)

$$2a \cdot 3a \cdot 5a = 2 \cdot a \cdot 3 \cdot a \cdot 5 \cdot a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot a \cdot a \cdot a = 30a^3$$

b)

$$2a + 3a + 5a = (a + a) + (a + a + a) + (a + a + a + a + a) = 10a$$

c)

$$\frac{(3b)^3 \cdot 5b^9}{(3b^2)^3} = \frac{3^3 b^3 \cdot 5b^9}{3^3 (b^2)^3} = \frac{b^3 \cdot 5b^9}{b^6} = 5b^6$$

11. a)

$$\frac{7^{-5}}{7^2} = 7^{-5} \cdot 7^{-2} = 7^{-7}$$

b)

$$\frac{10^8}{10^{-3}} = 10^8 \cdot 10^3 = 10^{11}$$

c)

$$\frac{27}{3^{-2}} = 27 \cdot 3^2 = 3^3 \cdot 3^2 = 3^5 = 243$$

12. a)

$$16^{1/2} = \sqrt{16} = 4$$

b)

$$81^{-1/2} = \frac{1}{81^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{81}} = \frac{1}{9}$$

c)

$$125^{1/3} = \sqrt[3]{125} = 5$$

13.

$$8^{-2/3} = \frac{1}{8^{2/3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{4}$$

14. a)

$$11011_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27_{10}$$

b)

$$33_{10} = 32 + 1 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^0 = 100001_2$$

15.

$$33_{10} = 2 \cdot 16 + 1 = 21_{\text{hex}}$$

16. a) $7200000 = 7\,200\,000 = 7.2 \cdot 10^6$

b) $0.000032 = \{\text{flytta kommat 5 steg} \Rightarrow\} = 3.2 \cdot 10^{-5}$

c) $35000 \cdot 10^{-7} = 3.5 \cdot 10^4 \cdot 10^{-7} = 3.5 \cdot 10^{-3}$

17. a)

$$\frac{150 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^{-2}} = \frac{150}{5} 10^4 \cdot 10^2 = 30 \cdot 10^6 = 3 \cdot 10^7$$

b)

$$\sqrt{6.4 \cdot 10^{-3}} = \sqrt{64 \cdot 10^{-4}} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{10^{-4}} = 8 \cdot 10^{-2} = 0.08$$

18. a) $450 \text{ nm} = 450 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 4.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

19. $450 \text{ nm} \leq \lambda \leq 750 \text{ nm} \Rightarrow 450 \cdot 10^{-9} \text{ m} \leq \lambda \leq 750 \cdot 10^{-9} \text{ m} \Rightarrow$

$$0.450 \cdot 10^{-6} \text{ m} \leq \lambda \leq 0.750 \cdot 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow 0.45 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0.75 \mu\text{m}$$

20. a) $35.60 = \textcolor{red}{35.60} = \{\text{alla är gällande siffror} \Rightarrow 4 \text{ st}\}$

b) $0.0071 = 0.00\textcolor{red}{71} \Rightarrow 2 \text{ gällande siffror}$

c) $0.0350 = 0.0\textcolor{red}{350} \Rightarrow 3 \text{ gällande siffror}$

d) $11.9 \cdot 10^{-6} = \textcolor{red}{11.9} \cdot 10^{-6} \Rightarrow 3 \text{ gällande siffror}$

e) $41.20 \cdot 10^{-8} = \textcolor{red}{41.20} \cdot 10^{-8} \Rightarrow 4 \text{ gällande siffror}$

21.

$$10 = \frac{10^7}{10^x} \Leftrightarrow 10 \cdot 10^x = 10^7 \Rightarrow 10^{1+x} = 10^7 \Rightarrow x = 6$$

22. Eventuella faktorer måste vara $\leq \sqrt{443} \approx 21$, testa med 19, 17, 13, 11 och 7. Inget tal delar 443 utan att ge rest $\Rightarrow 443$ är ett primtal.

23. sträckan är hastigheten gånger tiden dvs:

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{1.5 \cdot 10^8 \text{ km}}{3.0 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 0.5 \cdot 1000 \text{ s} = 500 \text{ s} \approx 8.3 \text{ min}$$

24. Precis som i uppgift 23: sträckan är hastigheten gånger tiden dvs:

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{0.323 \text{ m}}{1.3 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}} \approx 7.9 \text{ år}$$

25. a) Kostnaden i kr för en hamburgare på Island är:

$$422 \text{ ISK} \cdot \frac{100 \text{ kr}}{961 \text{ ISK}} \approx 43.9 \text{ kr dvs cirka 18 kr dyrare}$$

b)

$$1.99 \text{ GBP} = 1.99 \text{ GBP} \cdot \frac{100 \text{ kr}}{6.65 \text{ GBP}} \cdot \frac{10.91 \text{ EUR}}{100 \text{ kr}} \approx 3.26 \text{ EUR}$$

Blandade uppgifter i kapitel 1

1.

a) $-5 - (2) = -5 + 2 = -3$

b) $-8 + (-5) = -8 - 5 = -13$

c) $-7 - 7 = -14$

2. a) $(-21) + (-14) = -35 \Leftrightarrow -21 - 14 = -35 \Rightarrow \text{SANT}$

b) $-8 < (-9) \cdot 2 \Leftrightarrow -8 < -18 \Rightarrow \text{FALSKT}$

c) $(-8) - (-2) < -5 \Leftrightarrow -8 + 2 < -5 \Leftrightarrow -6 < -5 \Rightarrow \text{SANT}$

d) $0 = (-6) - (-7) + (-1) \Leftrightarrow 0 = -6 + 7 - 1 \Rightarrow \text{SANT}$

3. a)

$$\frac{-1 - 5}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

b)

$$\frac{1 - 5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

c)

$$\frac{-13 - 19}{2} = \frac{-32}{2} = -16$$

4. a)

$$7 + \square = 1 \Leftrightarrow 7 + \square - 7 = 1 - 7 \Rightarrow \square = -6$$

b)

$$(-8) + \square = -5 \Leftrightarrow (-8) + \square + 8 = -5 + 8 \Rightarrow \square = 3$$

c)

$$\square + (-13) = (-18) \Leftrightarrow \square + (-13) + 13 = (-18) + 13 \Rightarrow \square = -5$$

5. a)

$$8\frac{2}{3} + 12\frac{3}{4} = 8 + \frac{2}{3} + 12 + \frac{3}{4} = 20 + \frac{4}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{3} \cdot \frac{3}{4} = 20 + \frac{17}{12} = 21\frac{5}{12}$$

b)

$$10\frac{3}{8} - 1\frac{5}{6} = 10 + \frac{3}{8} - \left(1 + \frac{5}{6}\right) = 10 + \frac{3}{8} - 1 - \frac{5}{6} = 9 + \frac{3}{8} - \frac{5}{6} = 9 + \frac{3}{3} \cdot \frac{3}{8} - \frac{4}{4} \cdot \frac{5}{6} =$$

$$= 9 + \frac{9 - 20}{24} = 9 - \frac{11}{24} = 8\frac{13}{24}$$

c)

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 6} = \frac{1}{36}$$

d)

$$1\frac{7}{8} \div 3\frac{3}{4} = \frac{1 + \frac{7}{8}}{3 + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{8}{8} + \frac{7}{8}}{\frac{12}{4} + \frac{3}{4}} = \frac{15}{8} \cdot \frac{4}{15} = \frac{1}{2}$$

e)

$$8\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{13} = \left(8 + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{13}\right) = \frac{24 + 2}{3} \cdot \frac{13 + 2}{13} = \frac{26}{3} \cdot \frac{15}{13} = 10$$

f)

$$3 \div 2\frac{1}{3} = \frac{3}{2 + \frac{1}{3}} = \frac{3}{\frac{6}{3} + \frac{1}{3}} = \frac{9}{7}$$

6. Kontrollera siffersumman: $1 + 2 + 3 = 6$ OK, $6 + 7 + 8 = 21$ OK, $1 + 1 + 5 + 9 = 16$ NEJ, $9 + 0 + 8 + 5 + 7 + 4 = 33$ OK.

7. a) $15 = 3 \cdot 5$

b) $77 = 7 \cdot 11$

c) $123 = 3 \cdot 41$

8. a) $1001_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 1 = 9_{10}$

b) $1101_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 4 + 1 = 13_{10}$

c) $101010_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 32 + 8 + 2 = 42_{10}$

9. a) $0.5 \text{ kg} = 500 \text{ g} < 600 \text{ g}$

b) $200 \text{ ml} = 0.2 \text{ l} < 1 \text{ l}$

c) $4 \text{ ton} = 4000 \text{ kg} > 200 \text{ kg} = 2 \cdot 10^2 \text{ kg} = 2 \cdot 10^5 \text{ g}$

d) $9 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 9 \text{ mm} < 80 \text{ mm} = 8 \text{ cm}$

10.

$$101.01_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 4 + 1 + 0.25 = 5.25_{10} = 5\frac{1}{4} = \frac{21}{4}$$

11.

$$\frac{1}{8}x = 600 \Rightarrow x = 4\,800 \text{ m} = 4.8 \text{ km}$$

12.

$$\frac{100}{-20} = -\frac{100}{20} = -5$$

13.

$$(-100) \cdot 20 = -100 \cdot 20 = -2\,000$$

14. a)

$$1.5 \cdot 10^{-2} = 1.5 \cdot 0.01 = 0.015$$

b)

$$2 \cdot 10 \cdot 10^2 = 2 \cdot 10 \cdot 100 = 2 \cdot 1000 = 2000$$

c)

$$10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 4 \cdot 10^1 = 4 \cdot 10 = 40$$

15.

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} > \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$$

16. a) $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$

b) $(-2)^3 = (-2)^2(-2) = 4 \cdot (-2) = -8$

c) $(-2)^4 + (-1) = (-2)^2(-2)^2 - 1 = 4 \cdot 4 - 1 = 16 - 1 = 15$

17.

$$\frac{(2x)^5 \cdot 5x^7}{(2^{-1} \cdot x^2)^{-3}} = 2^5 x^5 \cdot 5x^7 (2^{-1} \cdot x^2)^3 = 32 \cdot 5x^{12} \frac{1}{2^3} x^6 = \frac{32 \cdot 5}{8} x^{18} = 20 x^{18}$$

18.

$$\text{Kvar är} = 15\,000 \cdot \frac{3}{8} \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 15\,000 \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} = 4\,500 \text{ kr}$$

19. a)

$$x \cdot \frac{1}{3} = 12 \Rightarrow x = 36 \text{ flaskor}$$

b)

$$x \cdot \frac{3}{4} = 12 \Rightarrow x = 16 \text{ flaskor}$$

c)

$$x \cdot \frac{3}{7} = 12 \Rightarrow x = 28 \text{ flaskor}$$

20.

$$731\,000 \cdot x = 3.38 \cdot 10^9 \text{ kg} \Rightarrow x = \frac{3.38 \cdot 10^9}{731\,000} \approx 4.62 \text{ ton/ko}$$

21. a)

$$\frac{10^3 \cdot 10}{10^{-2}} = 10^3 \cdot 10 \cdot 10^2 = 10^{(3+1+2)} = 10^6 = 1\,000\,000$$

b)

$$\frac{10^0}{10^4 \cdot 10^{-6}} = 10^0 \cdot 10^{-4} \cdot 10^6 = 10^2 = 100$$

c)

$$\frac{10^{-3}}{10^3 \cdot 10^{-5}} = 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 = 10^{-1} = 0.1$$

22.

$$676_{10} = 2 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0 = 2A4_{\text{hex}}$$

23. a)

$$\frac{7}{20} \cdot \frac{15}{14} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{14} \cdot \frac{15}{20} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{8}$$

b)

$$\frac{6}{35} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{15}{16} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} \cdot \frac{7}{3 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 4} = \frac{1}{8}$$

c)

$$\frac{7}{13} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{13}{21} \cdot \frac{3}{14} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 3}{13 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 7} = \frac{1}{3 \cdot 5} = \frac{1}{15}$$

24. a)

$$\sqrt{16 \cdot 10^8} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{10^8} = 4 \cdot 10^4$$

b)

$$\sqrt{0.25 \cdot 10^{10}} = \sqrt{0.25} \cdot \sqrt{10^{10}} = 0.5 \cdot 10^5$$

c)

$$\sqrt{1.21 \cdot 10^{-2}} = \sqrt{1.21} \cdot \sqrt{10^{-2}} = 1.1 \cdot 10^{-1} = 0.11$$

25. a)

$$4 + 5 \cdot 10^{-1} = 4 + 5 \cdot 0.1 = 4 + 0.5 = 4.5$$

b)

$$4 + 6 \cdot 10^3 = 4 + 6000 = 6004$$

26. 13, -26 och 0 till exempel.

$$27. 100 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 10^2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 4 \cdot 10^{-1} = 0.4$$

$$28. 5^{2n} = (5^2)^n = 25^n$$

$$29. a) 3^3 \cdot 27 = 3^3 \cdot 3^3 = 3^6$$

$$b) (5^3)^7 \cdot 125 = 5^{21} \cdot 5^3 = 5^{24}$$

c)

$$\frac{27}{3^{-3}} = 27 \cdot 3^3 = 3^3 \cdot 3^3 = 3^6$$

d)

$$2^3 \cdot 16 \cdot 4^3 = 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^6 = 2^{13}$$

30. a) $3080 = 2 \cdot 5 \cdot 308 = 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 77 = 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 11 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$

b) 293 är ett primtal

31.

$$\frac{3}{5} + 0.4 = \frac{3}{5} + \frac{4}{10} = \frac{6}{10} + \frac{4}{10} = \frac{10}{10} = 1, \text{Ja.}$$

32. a) $(3 \cdot 10^{-1})^2 = 3^2 \cdot 10^{-2} = 9 \cdot 10^{-2}$

b) $5 - 3 \cdot 10^2 = 5 - 300 = -295 = -2.95 \cdot 10^2$

c) $10^0 - 10^{-2} - 10^{-3} = 1 - 0.01 - 0.001 = 0.989 = 9.89 \cdot 10^{-1}$

33. a)

$$\frac{10^6}{60 \cdot 60 \cdot 24} \approx 12 \text{ dygn}$$

b)

$$\frac{10^9}{60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365} \approx 32 \text{ år}$$

34. a) $(-3)^2 + (-1)^2 = 9 + 1 = 10$

b) $4^2 - (-3)^2 = 16 - 9 = 7$

35. $8 \cdot 10^{-2} + x = 1 \Rightarrow 0.08 + x = 1 \Rightarrow x = 1 - 0.08 = 0.92$

36. a)

$$\frac{(-10)^2 + (-10)^3}{2} = \frac{100 - 1000}{2} = -\frac{900}{2} = -450$$

b)

$$\frac{m+n}{2}$$

37.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdots \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100} = \frac{1}{100} = 0.01$$

38.

$$2^{24}, 3^{18}, 4^{15}, 5^6 \Leftrightarrow 2^{24}, 3^{18}, 2^{30}, 5^6$$

$$(2^{10})^2 \cdot 2^4, (3^9)^2, (2^{10})^3, 125^2 \Rightarrow 125^2, (2^{10})^2 \cdot 2^4, (3^2)^9, (2^{10})^3$$

$$5^6 < 2^{24} < 3^{18} < 4^{15}$$

39. a) talet får en nolla till höger

b) talet får ett komma till vänster om dess sista siffra (är det en noll försvinner den)

40.

$$xy = \frac{2}{3}, \text{ men } x = \frac{8}{9} \Rightarrow \frac{8}{9} \cdot y = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{3}{4}$$

41. Ett tvåsiffrigt tal ab kan skrivas som $a + 10b$ dvs

$$a + 10b - (a + b) = a + 10b - a - b = 9b$$

Ja, talet är delbart med 9.

42. Kalla vinsten för x ; då gäller för Davids del:

$$\frac{x}{3} \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 360 \Rightarrow \frac{x}{3} \left(\frac{4}{4} - \frac{1}{4}\right) = \frac{x}{3} \frac{3}{4} = 360 \Rightarrow x = 4 \cdot 360 = 1440 \text{ kr}$$

43.

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdots &= \left(\frac{2}{2} + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{3}{3} + \frac{1}{3}\right) \left(\frac{4}{4} + \frac{1}{4}\right) \left(\frac{5}{5} + \frac{1}{5}\right) \cdots = \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdots \end{aligned}$$

a) 4 faktorer:

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{6}{2} = 3$$

b) 5 faktorer

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{6} = \frac{7}{2} = 3.5$$

c) 50 faktorer

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{6} \cdots \frac{51}{50} \cdot \frac{52}{51} = \frac{52}{2} = 26 \text{ (fel i bokens svar, = 36)}$$

d) Extrauppgift som inte finns i boken, n faktorer.

$$\frac{n+2}{2}$$

44. a)

$$\begin{aligned} (-1)^{-1} + (-2)^{-2} + (-3)^{-3} &= \frac{1}{-1} + \frac{1}{(-2)^2} + \frac{1}{(-3)^3} = -1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{-27} = \\ &= -1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{27} = -\frac{27}{27} + \frac{4}{4} - \frac{1}{27} = \frac{-27 + 27 - 1}{27} = -\frac{1}{27} \end{aligned}$$

b)

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} + (0.2)^{-1} = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{0.2} = \frac{9}{4} + 5 = \frac{9}{4} + \frac{20}{4} = \frac{29}{4}$$

45.

$$\frac{3^0 + 3^{-2}}{3^{-1} + 3^{-3}} = \frac{1 + \frac{1}{9}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{27}} = \frac{27}{27} \cdot \frac{1 + \frac{1}{9}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{27}} = \frac{27 + \frac{27}{9}}{\frac{27}{3} + \frac{27}{27}} = \frac{27 + 3}{9 + 1} = \frac{30}{10} = 3$$

46.

Victors klipphastighet är $\frac{1 \text{ gräsmatta}}{3}$ /h, Felicias hastighet är $\frac{1 \text{ gräsmatta}}{6}$ /h och Lottas $\frac{1 \text{ gräsmatta}}{4}$ /h.

a)

$$x \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) = 1 \Rightarrow x \frac{2+1}{6} = 1 \Rightarrow x = 2 \text{ h}$$

b)

$$y \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) = 1 \Rightarrow y \frac{4+3+2}{12} = 1 \Rightarrow y = \frac{12}{9} = 1 \text{ h } 20 \text{ min}$$